

Analyse von Wetter- und Klimadaten im Stochastikunterricht der Sekundarstufe I

KATJA KRÜGER UND ANNA SCHÄFER, PADERBORN

Zusammenfassung: Wir unterbreiten in diesem Artikel Vorschläge für Analysen realer amtlicher Wetter- und Klimadaten, die sich für den unterrichtlichen Einsatz in der Sekundarstufe I im Rahmen der Beschreibenden Statistik eignen. Insbesondere geht es darum, ein vertieftes Verständnis von Eigenschaften und Aspekten des arithmetischen Mittels bei Schülern anzubahnen und dabei Abweichungen von dieser Kennzahl im Blick zu behalten. Gleichzeitig wird damit eine Grundlage zum Verständnis datenbasierter Argumentationen zur Einschätzung von Wetterphänomenen geschaffen – ein Beitrag zur Förderung statistischer Grundbildung von Schülern.

1 Einleitung

Datenanalysen bilden eine gesellschaftlich und wissenschaftlich anerkannte Grundlage für Prognosen, Bewertungen und Entscheidungen. Zeitgemäßer Stochastikunterricht, so fordert das nicht nur der Arbeitskreis Stochastik in der Schule (2003, S. 1), sollte daher datenorientiert sein (z. B. Borovcnik und Ossimitz 1987, Biehler 1999, Engel 2007, Eichler und Vogel 2009, Krüger et. al. 2015). Auch die KMK-Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss (2003, S. 12) verlangen unter der Leitidee „Daten und Zufall“ den stärkeren Einbezug von Daten im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. Schüler sollen Daten selbst erfassen, darstellen, auswerten und interpretieren können.

Ein kompetenter Umgang mit Daten beinhaltet den verständigen Umgang mit unterschiedlichen Darstellungen von Daten in Diagrammen, Tabellen oder in Form von statistischen Kennzahlen. In diesem Zusammenhang wird in der englischsprachigen Didaktik dem Konzept der Statistischen Grundbildung besondere Aufmerksamkeit geschenkt. „Statistical literacy“ meint dabei u. a. die Fähigkeit zum Interpretieren und kritischen Bewerten statistischer Informationen, datenbezogener Argumentationen und stochastischer Phänomene in verschiedenen Sachkontexten (Gal 2002, Shaughnessy 2007). Zur Förderung statistischer Grundbildung genügt es folglich nicht, sich im Schulunterricht auf das Berechnen von Kennzahlen und Erstellen von Diagrammen zu beschränken, da sich die Fähigkeit zum Interpretieren von und Argumentieren mit Daten im Sachkontext im Allgemeinen bei Schülern nicht von allein einstellt. Diese

Einschätzung lässt sich durch die zunehmende Zahl an neu erschienenen Sachbüchern zur kritischen Einschätzung von statistischen Informationen aus den Medien belegen (z. B. Bauer et al. 2014, Christensen und Christensen 2015). Es geht darum, mit aktuellen realen Daten und deren Interpretationen „vernünftig“ umzugehen. Auch der schulische Mathematikunterricht ist in der Pflicht, statistische Grundbildung stärker als bisher zu fördern. Für den Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 6–8 eignet sich dafür die Analyse von Wetter- und Klimadaten besonders, da dieses Thema einen für Schüler zugänglichen alltagsnahen Kontext bietet.

2 Von Wetter- zu Klimadaten

Das Wetter ist nicht nur ein beliebtes Thema für Smalltalk, sondern als komplexes Phänomen von weitreichender gesellschaftlicher und wirtschaftlicher Bedeutung. Als alltagsnahes und mathematikhaltiges Beispiel liefert die Wettervorhersage Anlässe über Daten, deren Erhebung, Modellierung und Weiterverarbeitung durch Computer im Mathematikunterricht zu sprechen (Ullmann 2015). Doch auch ein Blick in die Vergangenheit lohnt sich, wenn man aktuelle Wetterphänomene einordnen möchte: Einem kalten, langen Winter im Jahr 2013 folgte ein später, nasser Frühling, der in einigen Gebieten in Süd- und Ostdeutschland im Mai 2013 erneut ein „Jahrhundert-Hochwasser“ brachte. Im Unterschied zu 2013 waren die Winter in 2014 und 2015 vergleichsweise warm. So wurde 2014 beispielsweise schon Mitte Februar die 20 °C-Marke in München fast erreicht. Es bietet sich an, diesen Auffälligkeiten im Stochastikunterricht genauer nachzugehen und mit Daten argumentieren zu lernen: Wie lässt sich die eigene Einschätzung mit Daten belegen? Z. B. War der März 2014 in Frankfurt am Main besonders warm? Vorschläge dazu unterbreiten wir in Abschnitt 5.

Als „Wetter“ wird der physikalische Zustand der Atmosphäre zu einem bestimmten Zeitpunkt oder in einem kürzeren Zeitraum an einem bestimmten Ort oder in einem Gebiet bezeichnet (s. „Wetterlexikon“ des Deutschen Wetterdienstes unter www.dwd.de). Das Wetter wird mit Hilfe von Messungen einer Reihe von Merkmalen erfasst wie z. B. Lufttemperatur, Sonnenscheindauer, Niederschlagshöhe und -art, Luftdruck und -feuchte, Windgeschwindigkeit und -richtung.

Insbesondere die Messungen der Lufttemperatur mit einem Thermometer und der Niederschlagshöhe mit einem Regenschirm aus dem Gartenbaumarkt können Schülern bereits zu Beginn der Sekundarstufe I verständlich gemacht werden. Thermometer sind Schülern sicher aus dem Alltag bekannt. Außerdem wird die Temperaturmessung im Physikunterricht in der Wärmelehre in der unteren Sekundarstufe I behandelt. Dabei bietet sich ein fächerverbindender Unterricht an, um Wissen über den Kontext aufzubauen. Das Verständnis der Wettermerkmale Lufttemperatur und Niederschlagsmenge kann gut im Naturwissenschaftsunterricht oder im Erdkundeunterricht bei den Themen Wetter, Energie- oder Stoffkreisläufe angebahnt werden. Auf den Bildungsservern finden sich diesbezüglich erprobte Unterrichtsmaterialien für die Jahrgangsstufen 5–7. Schon jetzt werden Lufttemperaturen auch im Mathematikunterricht behandelt, und zwar im Zusammenhang mit der Einführung negativer Zahlen (z. B. in der Mathe-Welt „Wettermathematik“, Maier und Friedli 2014). Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass mit Temperaturänderungen gerechnet wird. Das Addieren von Temperaturzuständen macht keinen Sinn.

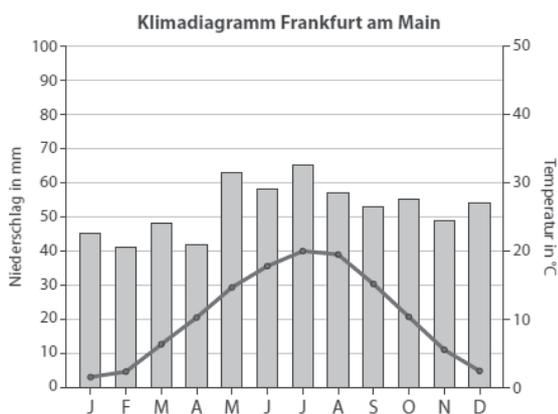


Abb. 1: Klimadiagramm Frankfurt
(Quelle: Klimadaten des Deutschen Wetterdienstes 1981–2010 der Wetterstation Frankfurt a. M. Flughafen)

In den Medien finden sich die Merkmale Lufttemperatur und Niederschlagshöhe in Klimadiagrammen (s. Abb. 1). Diese können gut im Stochastikunterricht eingesetzt werden, um das Lesen und Interpretieren komplexerer Diagramme im Zusammenhang mit statistischen Kennzahlen zu erproben.¹ Dafür ist es notwendig, zu verstehen, was darin genau dargestellt wird. Sowohl bei dem Liniendiagramm der Monatstemperaturen als auch beim Säulendiagramm der monatlichen Niederschlagshöhen handelt es sich um langjährige Mittelwerte für die einzelnen Monate eines Jahres. Im Unterschied zu Wetterdaten spricht man nun von Klimadaten und bezieht sich (meist) auf

den international gültigen Referenzzeitraum von 1961 bis 1990, der von der Weltorganisation für Meteorologie als „klimatologischer Normalzustand“ festgelegt wurde und als Vergleichsbasis zur Beschreibung von Klimaveränderungen dient. Oft wird aber auch die Referenzperiode von 1981 bis 2010 verwendet wie z. B. in Abb. 1. Das arithmetische Mittel wird hier zur *modellhaften Beschreibung* von „normalen“ monatlichen Durchschnittstemperaturen und Niederschlagshöhen verwendet.

Wetterdaten bieten in Verbindung mit Klimadaten einen guten Ansatzpunkt, ausgewählte Eigenschaften und Aspekte des arithmetischen Mittels zu verdeutlichen (s. Krüger et. al 2015, Abschn. 3.3). Die arithmetischen Mittel von jeweils 30 aufeinanderfolgenden Monatsdurchschnittstemperaturen bzw. Niederschlagshöhen werden in Klimadiagrammen genutzt, um ausgewählte Orte für verschiedene Jahreszeiten miteinander vergleichbar zu machen. Das arithmetische Mittel ist ein *repräsentativer Wert*, der oft zum *Vergleich* von Datensätzen genutzt wird. Außerdem kommt in Klimadiagrammen der *Ausgleichsaspekt* des arithmetischen Mittels zum Tragen. Bei der Mittelwertbildung findet ein Ausgleich hoher und niedriger Monats(mittel)werte von Temperatur und Regenmenge statt. Daher eignen sich Klimadiagramme für Vorhersagen: Welches Wetter darf man bei einer Klassenfahrt nach Frankfurt im März erwarten? Das arithmetische Mittel wird hier als *Prognosewert* genutzt.

Um die Datengrundlage von Klimadiagrammen besser zu verstehen, ist es sinnvoll im Unterricht mit realen Wetterdaten zu arbeiten. Neben selbst durchgeführten Messungen eignen sich die frei im Internet erhältlichen Daten des Deutschen Wetterdienstes (kurz: DWD) für eigene Analysen. Dazu können für den Unterricht geeignete aktuelle Datensätze, die Schülern lehrreiche Entdeckungen ermöglichen, vorab ausgesucht werden. Es bietet sich an, eine Messstation aus dem Online-Angebot des DWD herauszusuchen, die in räumlicher Nähe zur Schule liegt.

3 Wie kommt man an Daten vom Deutschen Wetterdienst?

Viele der vom DWD erhobenen Daten werden kostenlos zum Download zur Verfügung gestellt (www.dwd.de). Dazu ruft man auf der Internetseite (s. Abb. 2) zunächst oben im horizontalen Menü den Reiter „Leistungen“ auf. Anschließend wählt man links im Menü unter Leistungsarten den Punkt „Klimadaten“. Auf der damit aufgerufenen Seite kann man nun zwischen dem „Archiv Monats- und Tageswerte“ bzw. „Archiv

Stundenwerte“ auswählen. Anschließend kann man per Dropdown-Menü eine der zur Verfügung stehenden 78 Messstationen des DWDs in Deutschland auswählen und für die ausgewählte Wetterstation sowohl historische (für Frankfurt am Main beispielsweise ab dem Jahr 1949), als auch aktuelle Daten (für das jeweils laufende Jahr) herunterladen. Der Download liefert eine zip-Datei, in der sich u. a. eine csv-Datei befindet, die die gewünschten Wetterdaten enthält. Diese können in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingelesen² und anschließend analysiert werden. Bei den Tageswerten sind neben der minimalen, maximalen und durchschnittlichen Lufttemperatur, die Sonnenscheindauer, die Niederschlagsart und -höhe sowie die Schneehöhe angegeben. Erklärungen zur Erfassung und Codierung dieser Merkmale findet man ebenfalls auf der Seite des DWD.³

4 Analysen von Wetterdaten

4.1 Regenmengen miteinander vergleichen

Mit Daten zur Niederschlagshöhe lassen sich in der sechsten Klasse einige der oben genannten inhaltli-

chen Aspekte des arithmetischen Mittels in einem alltagsnahen Sachkontext thematisieren. Die Prognose von Regenmengen ist dabei nicht nur für Privatpersonen im Rahmen von Urlaubsplanungen interessant, sondern insbesondere für Gärtner, Landwirte und für den Betrieb von Stauseen und Schleusen an Flüssen in der Wasserwirtschaft wichtig. Zunächst sollten Schüler mit der Datenerfassung und der Bedeutung des Merkmals vertraut gemacht werden. Dazu eignet sich ein Regenschirm (s. Abb. 3 links) aus dem Baumarkt, der im Freien so aufgestellt wird, dass er nicht durch Büsche oder Bäume bedeckt wird. Nach 24 Stunden können Schüler direkt die Niederschlagshöhe an der Skala in mm ablesen. Anschließend ist zu klären, was dieser Messwert eigentlich angibt. Eine Angabe von 5 mm bedeutet etwa, dass auf einem m² Boden eine Regenmenge von 5 Litern gefallen ist. Die Umrechnung der Niederschlagshöhe in eine Niederschlagsmenge pro m² lässt sich gut mit dem Vorwissen über Größen aus Klasse 5 erläutern. Fällt auf eine Fläche von einem Quadratmeter 5 mm hoch Regen, dann ist das ein Volumen von 1 m² · 0,005 m = 0,005 m³ = 5 Liter.

The screenshot shows the DWD website interface. At the top, there is a navigation bar with links for 'Presse', 'Kontakt', 'En', and a weather status 'Bremen 7 °C'. A search bar and a 'Fachnutzer' dropdown are also present. Below the navigation bar, the DWD logo and tagline 'Deutscher Wetterdienst Wetter und Klima aus einer Hand' are displayed. A horizontal menu contains 'WETTER', 'KLIMA UND UMWELT', 'FORSCHUNG', 'LEISTUNGEN', and 'DER DWD'. A grey arrow points to the 'LEISTUNGEN' menu item. Below the menu, the breadcrumb 'Startseite > Leistungen' is visible. The main content area is titled 'Die DWD Leistungen' and includes a search filter for 'Leistungsart' with 'Klimadaten' selected. A list of services is shown on the left, with 'Klimadaten (56)' highlighted. On the right, there are sections for 'Climate Data Center', 'METLIS - Meteorologisches LiteraturInformationsSystem', 'VASCLimO', 'Archiv Monats- und Tageswerte', and 'Archiv Stundenwerte'. Grey arrows point to the 'Archiv Monats- und Tageswerte' and 'Archiv Stundenwerte' sections.

Abb. 2: Website des Deutschen Wetterdienstes

In Messstationen des DWD wird die Niederschlagsmenge, egal ob es sich um Schnee oder Regen handelt, mit einer unterhalb des Auffangzylinders befindlichen digitalen Präzisionswaage gemessen (s. Abb. 3 rechts).



Abb. 3: Regenmesser für den Hausgebrauch und Niederschlagshöhenmessgerät einer mobilen Wetterstation des DWD

Möchte man nun, wie im Klimadiagramm, die Niederschlagshöhen an verschiedenen Orten für ausgewählte Monate miteinander vergleichen, muss man geeignete repräsentative Werte finden. Die einzelnen monatlichen Regenmengen können von Jahr zu Jahr sehr unterschiedlich ausfallen. Als Vergleichswert hat sich in Klimadiagrammen das arithmetische Mittel der monatlichen Niederschlagshöhen etabliert. Im Unterschied zu anderen Daten wie z. B. der Körpergröße von Kindern oder der Anzahl von Geschwistern lässt sich im Stochastikunterricht der unteren Sekundarstufe I der Ausgleichsaspekt des arithmetischen Mittels mit Niederschlagshöhen sehr gut in einem Gedankenexperiment verdeutlichen. Stellt man sich die Regenmengen des Monats März in Frankfurt a. M. über 10 Jahre hinweg als miteinander verbundene gleichgroße Wassersäulen vor, würden sich die hohen und niedrigen Wasserstände ausgleichen, so dass eine Niederschlagshöhe von durchschnittlich 46 mm resultiert (Abb. 4).

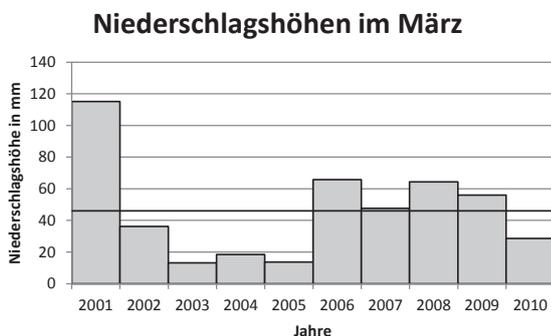


Abb. 4: Niederschlagshöhen in Frankfurt am Main im März der Jahre 2001 bis 2010

Das arithmetische Mittel der Niederschlagshöhen eines Monats über 30 Jahre hinweg eignet sich daher zur Prognose der zu erwartenden Regenmenge im kommenden Jahr: Für den März 2015 war demnach

für Frankfurt a. M. zu erwarten, dass rund 46 Liter Regen auf den Quadratmeter fallen. Tatsächlich waren es in dem Jahr nur knapp 18 Liter (Datenquelle DWD: Monatswert für die Messstation Frankfurt a. M. Flughafen), es handelte sich also um einen vergleichbar trockenen Monat wie in den Jahren 2003 bis 2005 (s. Abb. 4).

4.2 Lufttemperaturen analysieren: Bildung von Tages- und Monatswerten

Die Analyse von Lufttemperaturdaten ist komplexer als die der Niederschlagshöhen und eignet sich daher, um das Verständnis des arithmetischen Mittels noch weiter zu vertiefen. Auch hier verwenden Klimadiagramme Mittelwerte der Durchschnittstemperaturen der einzelnen Monate. Wie aber werden diese eigentlich ermittelt? Zunächst werden Tagesmittelwerte der Lufttemperaturen gebildet, bevor in einem weiteren Schritt daraus „Monatswerte“ gebildet werden, indem das arithmetische Mittel aus allen Tagesmittelwerten eines Monats berechnet wird – ein Mittelwert von Mittelwerten. Seit 2001 wurde vom Deutschen Wetterdienst das Verfahren zur Bildung der mittleren „Tageswerte“ geändert. Da heute digitale Messinstrumente an den Wetterstationen regelmäßig die Lufttemperatur messen können (s. Abb. 5), lässt sich das Tagesmittel einfach als arithmetisches Mittel von 24 Stundenwerten berechnen.⁴



Abb. 5: Mobile Messstation des DWD mit digitaler Messwerterfassung der Lufttemperatur (in 2 m Höhe) sowie der Windrichtung und -geschwindigkeit

Um die Bildung der durchschnittlichen Tageswerte zu veranschaulichen, bietet es sich an, mit Schülern den Temperaturverlauf eines Tages genauer zu analysieren und sich die Lage des Tageswertes zu markieren. Als Darstellung der Daten ist hier alternativ zum Säulendiagramm ein Liniendiagramm geeignet, da hierbei besser der Temperaturverlauf sichtbar wird. Den einzelnen Messzeitpunkten werden die jeweiligen Temperaturwerte zugeordnet und als Punkte in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei können

Schüler beim Erstellen und Lesen von Liniendiagrammen inhaltliche Vorstellungen zum Funktionsbegriff aufbauen (Zuordnungsaspekt beim Ablesen von Temperaturen und Kovariationsaspekt bei der Beschreibung des Temperaturverlaufs).

In Abb. 6 wird deutlich, dass die Temperatur im Tagesverlauf steigt und ihren Höchststand um 15:00 Uhr erreicht. Da es sich an diesem Tag um einen weitgehend sonnigen Sommertag gehandelt hat, ist der Verlauf des Temperaturgraphen gut zu interpretieren. Nach Sonnenaufgang beginnt sich die Luft zu erwärmen und die Temperatur steigt an. Die Höchsttemperatur wird erst in den Nachmittagsstunden nach dem Sonnenhöchststand erreicht, wenn sich die Erde aufgewärmt hat. Dies ist das in Sommertagen typische Phänomen der Nachmittagshitze, das Schüler aus eigener Erfahrung kennen dürften.

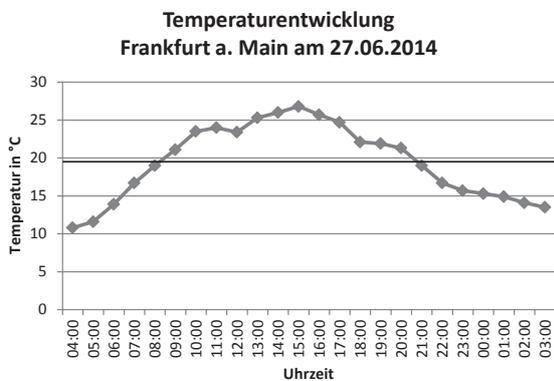


Abb. 6: Temperaturentwicklung an einem Sommertag. Messtation Frankfurt a. M. Flughafen.

Für diesen Datensatz liefert das Stundenmittel aus 24 Messwerten rund 19,5 °C. Dabei handelt es sich um einen abstrakten Tagestemperaturwert, der nicht unter den Messwerten vorkommt und zwischen den höheren Temperaturen am Tag und den kühleren in der Nacht ausgleicht. Dieser Temperatursausgleich ist auf der Grundlage von Alltagserfahrungen wie z. B. der Mischung von warmen und kalten Wasser gut vorstellbar.⁵ Im Unterschied zu den Regenmengen kann die Summe der einzelnen Temperaturwerte nicht als „Gesamtemperatur“ des Tages interpretiert werden.

Mit Hilfe der Tagesmittelwerte gelangt man in einem weiteren Schritt zu den Monatsmittelwerten, die den Klimadiagrammen zugrunde liegen. Dabei wird das arithmetische Mittel der Tagesmittelwerte über alle Tage eines Monats gebildet. So erhält man beispielsweise für den März 2014 in Frankfurt am Main einen Monatsmittelwert der Temperatur von ca. 8,9 °C. Was aber sagt dieser Wert eigentlich aus, und was nicht? Beispielsweise kann man aus diesem hohen Wert nicht schließen, dass es im März 2014 keinen Frost mehr gegeben hat. Dieser Monatswert liefert lediglich eine

Vergleichsgröße, mit der die Temperaturverteilung im März durch eine einzige Zahl repräsentiert wird. Der Informationsverlust durch diese Datenreduktion kann Schülern anschaulich gemacht werden, indem sie beispielsweise die Häufigkeitsverteilung der Tagesmittelwerte eines Monats graphisch darstellen. Dafür eignen sich Stamm-Blätter-Diagramme oder Histogramme mit absoluten Häufigkeiten (s. Abb. 7). Schüler können erkennen, dass im März 2014 die Tages(mittel)temperaturen breit verstreut um den Monatsmittelwert von 8,9 °C liegen, dem *Schwerpunkt* der Temperaturverteilung. Die Spannweite beträgt 10,1 °C.

3	6
4	3 3 5 8
5	8
6	0 1 3 5 9
7	7
8	7
9	2 6 6 8 9 9
10	4 4
11	3 3 3 6 7
12	0 3 8
13	3 7

Abb. 7: Verteilung der Tagesmitteltemperaturen des März 2014 in Frankfurt a. M.

5|8 bedeutet 5,8 °C

Die hier beschriebene wiederholte Mittelwertbildung lässt sich mit Hilfe der Daten des DWD leicht nachvollziehen, da sowohl Stunden-, Tages- und Monatswerte abgerufen und von Schülern eigenständig ausgewertet werden können.

5 Vergleiche von Monatswerten der Lufttemperaturen

Auch zur Einschätzung aktueller Wetterphänomene ist der Vergleich mit Klimadaten üblich. So geht der DWD beispielsweise regelmäßig der Frage nach, ob es sich bei dem vergangenen Monat um einen besonders kalten, regnerischen oder dunklen Monat handelt.⁶ Solche Vergleiche werden häufig in den Medien übernommen. So präsentierte der Wetterexperte Sven Plöger beispielsweise in den Tagesthemen vom 10. November 2014 folgende Graphik:



Abb. 8: Temperaturabweichungen in Frankfurt a. M. 2014 (Quelle: ARD Wetterstudio)

In dieser werden die Abweichungen der Monatsdurchschnittstemperaturen aus 2014 gegenüber dem langjährigen Mittelwert dieser Monate in °C für Frankfurt am Main angegeben.⁷ Erfahrungsgemäß fällt es auch Erwachsenen schwer, diese Graphik richtig zu interpretieren. So formulierten sogar Lehramtsstudierende mit dem Fach Mathematik (für Haupt-, Real- und Gesamtschulen), die zentrale Aussage dieses Diagramms sei, dass es in fast allen Monaten in 2014 wärmer war als in den vorherigen Jahren. Dass jedoch lediglich ein Vergleich mit einem langjährigen arithmetischen Mittel vorgenommen wird, haben sie bei dieser Interpretation nicht berücksichtigt. Der Grund dafür liegt möglicherweise darin, dass beim verständigen Lesen des Diagramms das Konzept des arithmetischen Mittels als Vergleichswert in unterschiedlicher Weise zu tragen kommt. Die Abweichungen eines einzelnen Monatswertes vom Modell des langjährigen Mittelwerts (1981–2010) – der als Horizontale dargestellt – werden in dem Säulendiagramm visualisiert. Genau genommen zeigen die Tagesthemen ein Residuendiagramm: Je länger die Säule, desto größer ist die Abweichung vom langjährigen Mittelwert. Dabei sind die einzelnen langjährigen Mittelwerte der Monatstemperaturen nicht im Diagramm ersichtlich (anders als im Klimadiagramm s. Abb. 1). Sie „verstecken“ sich hinter der horizontalen Linie.

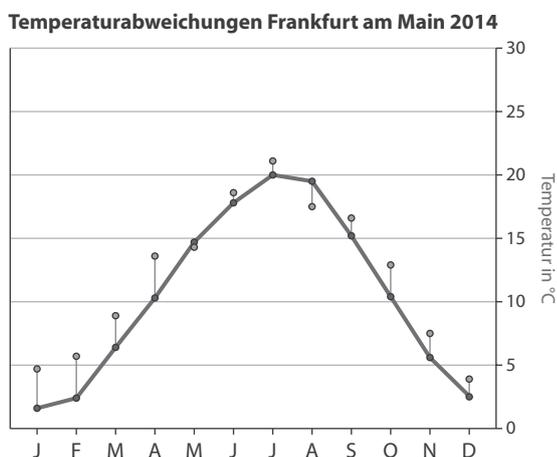


Abb. 9: Klimadiagramm der Temperaturen in Frankfurt am Main zur Referenzperiode 1981–2010 mit den Abweichungen der Monatsmittelwerte aus 2014

Abb. 9 kann dabei helfen, das Konzept der Residuen im Zusammenhang mit dem bekannten Klimadiagramm für Temperaturen verständlich zu machen. Dabei sollte herausgearbeitet werden, dass die Temperaturwerte aus dem Klimadiagramm als Modell zur Beschreibung einer „Normaltemperatur“ am jeweiligen Ort in einem bestimmten Monat aufgefasst wer-

den können. Gemäß der Strukturgleichung (s. Eichler und Vogel 2009, S. 137)

$$\text{Daten} = \text{Modell} + \text{Residuen}$$

beschreiben die Residuen die Abweichungen der realen Monats(mittel)werte aus 2014 von den „normalen“ Modellwerten.

Einleitend hatten wir die Frage aufgeworfen, wie man mit Schülern das Argumentieren mit Daten am Beispiel des Überprüfens und Belegens von Vermutungen einüben kann, z. B.: War der März 2014 in Frankfurt ein besonders warmer Monat?

Im Diagramm der Temperaturabweichungen aus Abb. 8 ist zu erkennen, dass der März 2014 in Frankfurt am Main im Durchschnitt 2,5 °C über dem langjährigen Mittelwert lag. Wie wir bereits in Abschnitt 4.2 ausgeführt haben, war es im März 2014 im Durchschnitt 8,9 °C warm. Doch bezüglich welches Wertes betrug die Differenz +2,5 °C? Auf der Seite des DWD werden drei unterschiedliche langjährige Mittelwerte angeboten. Sie unterscheiden sich durch die Referenzperiode, d. h. den Zeitraum, der in die Berechnung des langjährigen Mittelwerts eingeflossen ist. Eine Differenz von +2,5 °C ergibt sich beim Vergleich mit der Referenzperiode 1981 bis 2010, für die für Frankfurt am Main ein langjähriger Mittelwert von 6,4 °C angegeben wird. Bei dem Vergleich mit den Referenzperioden 1961 bis 1990 bzw. 1971 bis 2000 ergibt sich hingegen sogar eine Abweichung von +3,7 °C bzw. +2,8 °C. Wie diese langjährigen Mittelwerte zustande kommen, können Schüler rechnerisch nachvollziehen, indem sie aus den 30 zugrunde liegenden Monatswerten das arithmetische Mittel berechnen (s. Abb. 10). Darüber hinaus bietet es sich an, zum kritischen Hinterfragen anzuregen. Warum wird gerade der Zeitraum 1981 bis 2010 als Vergleich genutzt und nicht der derzeit international gültige Referenzzeitraum von 1961 bis 1990 (klimatologischer Normalzustand)? Tatsächlich beschreibt die jüngere Referenzperiode unser aktuelles Klima besser, da in diese viele der wärmsten Jahre seit Aufzeichnungsbeginn fallen (DWD 2014, S. 5).

Bei der Bewertung von Auffälligkeiten reicht allein der Vergleich zweier Mittelwerte nicht aus. Um eine Aussage darüber machen zu können, wie ungewöhnlich diese Abweichung ist, d. h. ob – im Sinne der oben genannten Interpretation – der Monat März 2014 wärmer als in den vorherigen Jahren war, sollte man die gesamte Häufigkeitsverteilung der Monatsmittelwerte betrachten. Dies ist wieder mit Hilfe von Stamm-Blätter-Diagrammen möglich (s. Abb. 10).

2		0							
3		8	8						
4		0	8	8	8	9			
5		7	7	8					
6		0	1	1	4	5	7	7	
7		2	3	6	6	7			
8		2	3	5	6	6	7	7	

Abb. 10: Stamm-Blätter-Diagramm der Monatsmittelwerte der März-Temperaturen von 1981 bis 2010

In diesem Fall genügt ein Vergleich mit dem Maximum von $8,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ um festzustellen, dass der März 2014 ungewöhnlich warm war, da es in keinem Jahr des Referenzzeitraums wärmer war als im Jahr 2014 ($8,9\text{ }^{\circ}\text{C}$). Somit haben wir mit dem März schon einen besonderen Monat im Jahr 2014 identifiziert. Wie sieht es aber mit dem Februar aus, dessen absolute Abweichung vom langjährigen Mittelwert mit $+3,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ noch größer war? Auch hierzu schauen wir uns die Verteilung der Monatsmittelwerte in Form eines Stamm-Blätter-Diagramms an (s. Abb. 11).

Im Februar 2014 betrug die durchschnittliche Lufttemperatur $5,7\text{ }^{\circ}\text{C}$, somit war es in diesem Jahr wärmer als in 26 Jahren des Referenzzeitraums. In vier Jahren war es im Mittel allerdings noch wärmer als im Jahr 2014, nämlich zwischen $5,8$ und $6,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

-4		1							
-3									
-2		3							
-1		1							
0		0	0	4	5	6	7	9	
1		2	5	7	8	9			
2		3	3						
3		2	4	9					
4		2	3	7					
5		0	3	6	8				
6		0	5	7					

Abb. 11: Stamm-Blätter-Diagramm der Monatsmittelwerte der Februar-Temperaturen von 1981 bis 2010

Mit dieser Betrachtung lassen sich bereits in der Sekundarstufe I Grundideen des Hypothesentestes vermitteln, indem hier informell auf der Basis von Daten geschlussfolgert wird. Der Anteil der Jahre mit gleicher oder höherer Monatsdurchschnittstemperatur im Februar beträgt demnach:

$$\frac{4}{30} \approx 13,3\%$$

Analog lässt sich zeigen, dass der August 2014 besonders kalt war (2 von 30 Monatswerten kälter oder gleich $17,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, entspricht einem Anteil von rund 7 %).

Warum beispielsweise die kleinere absolute Abweichung von $+2,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ im Vergleich zum langjährigen Mittelwert für den März 2014 ein Temperaturmaximum der betrachteten Monatswerte liefert und der

Februar 2014 mit einer Abweichung von $+3,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ „nur“ zu den wärmsten vier von 30 Monaten gehört, lässt sich hier wieder im Kontext und mit Hilfe der obigen Stamm-Blätter-Diagramme erklären. So ist der Februar von Jahr zu Jahr unterschiedlicher als der März. Mal ist der Februar schon frühlinghaft und erreicht angenehme Temperaturen – mal liegt noch hoher Schnee und die Temperaturen bewegen sich unter dem Gefrierpunkt. Dies sieht man auch an der größeren Streuung der Monatsmittelwerte (vgl. Abb. 11 und 10). Wenn schon die Mittelwerte eine so große Spannweite von $10,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($-4,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $+6,7\text{ }^{\circ}\text{C}$) aufweisen, muss es sich um einen wechselhaften Monat handeln. Der März weist hingegen eine deutlich geringere Streuung der Monats(mittel)werte auf (Spannweite hier $6,7\text{ }^{\circ}\text{C}$). Für genauere Wetter- und Klimaanalysen spielt neben den arithmetischen Mitteln auch die Streuung der Daten um diese eine wichtige Rolle (vgl. etwa die Unterrichtsvorschläge in Eichler 2009).

6 Resümee

Die vorgestellten Datenanalysen sollen einen Beitrag dazu leisten, dass Schüler einen Eindruck von der Datengrundlage zur modellhaften Beschreibung von Wetter- und Klimaphänomenen erhalten. Die weitere Analyse der Trends von Klimadaten führt schließlich auf die Untersuchung des Klimawandels (s. DWD 2014). Um Interpretationen von und Argumentationen mit Wetter- und Klimadaten nachvollziehen zu können, ist ein sicheres Verständnis von Aspekten und Eigenschaften des arithmetischen Mittels unabdingbar. In dieser Unterrichtsreihe können dementsprechend ausgewählte inhaltliche Vorstellungen dieses Begriffs problemorientiert vertieft und das komplexe Wechselspiel von Normalität und Abweichung problematisiert und bei der Bewertung von Wetterphänomenen mit einbezogen werden.

Anmerkungen

- 1 Ein Mathematikschulbuch nutzt diese Diagramme in der Beschreibenden Statistik sogar beim Einstieg in das Lesen von Diagrammen (Barzel et. al. 2013, S. 212).
- 2 In Excel die Datei öffnen (dazu unter Dateityp „Alle Dateien“ auswählen) und mit Hilfe des Konvertierungsassistenten konvertieren (Dateityp: Getrennt; Trennzeichen: Semikolon. Bei den weiteren Einstellungen festlegen, dass bei numerischen Daten als Dezimaltrennzeichen der Punkt und als 1000er-Trennzeichen kein Zeichen verwendet wurde.)
- 3 Unter <http://www.dwd.de/DE/leistungen/klimadatendeutschland/klarchivtagmonat.html> (Zugriff: 31.01.2016) finden Sie unter „Ergänzende Informationen“ die „Informationen zu den Tages- und Monatswerten“.

- 4 Zuvor wurden die durchschnittlichen Tageswerte als gewichtetes arithmetisches Mittel von drei Temperaturmessungen definiert:

$$\frac{T_I + T_{II} + 2 \cdot T_{III}}{4}$$

T_I : 07:30, T_{II} : 14:30 und T_{III} : 21:30 (MEZ).

Diese Beschränkung auf nur drei Messzeitpunkte war sinnvoll, als Messungen von Wetterelementen noch manuell durchgeführt wurden. Mit Wetterdaten des DWD können exemplarisch gegebenenfalls auftretende Unterschiede der beiden Mittelwerte quantifiziert werden.

- 5 Aus physikalischer Sicht handelt es sich bei der Mischung von Flüssigkeiten unterschiedlicher Temperaturen um einen Wärmeaustausch entsprechend der Grundgleichung der Wärmelehre. Bei Gasen ist die physikalische Modellierung wegen der Volumenänderungen bei Erwärmung komplexer.
- 6 vgl. die „Themen des Tages“ oder die Pressemitteilungen auf der Seite des DWD. Diese liefern Ansatzpunkte für statistische Analysen interessanter Fragestellungen.
- 7 Die in dem Tagesthemen-Diagramm dargestellte Abweichung von +3,6 °C im November beschreibt nur die Abweichung für die ersten Tage des Novembers. Die Tagesthemen wurden bereits am 10. November gesendet. Die Abweichung für den gesamten November 2014 betrug +1,9 °C.

Danksagung

Wir danken den beiden Gutachtern für die hilfreichen konstruktiven Anmerkungen und Kommentare.

Zusatzmaterial

Die Daten sind im Excel-Format unter <http://fdm.uni-paderborn.de/personen/krueger-katja/publikationen/> erhältlich.

Literatur

- Arbeitskreis Stochastik der GDM (2003): Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts. http://stochastik-in-der-schule.de/Dokumente/Leitidee_Daten_und_Zufall_SekII.pdf (Zugriff: 31.01.2016).
- Barzel, B.; Hussmann, S.; Leuders, T.; Prediger, S. (Hrsg.) (2013): Mathe-Werkstatt 6. Schuljahr Schülerarbeitsbuch. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Bauer, T.; Gigerenzer, G.; Krämer, W. (2014): Warum dick nicht doof macht und Genmais nicht tötet: Über Risiken und Nebenwirkungen der Unstatistik. Frankfurt: Campus.
- Biehler, R. (1999): Auf Entdeckungsreise in Daten. In: *mathematik lehren* 97, Daten und Modelle, S. 4–5.

Borovcnik, M.; Ossimitz, G. (1987): Materialien zur Beschreibenden Statistik und Explorativen Datenanalyse. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Band 11. Wien: Hölder-Pichler-Temsky.

Christensen, B.; Christensen, J. (2015): Achtung Statistik. 150 Kolumnen zum Nachdenken und Schmunzeln. Heidelberg: Springer Spektrum.

Deutscher Wetterdienst (2014): Das Klima unter der Lupe. Beobachten – Modellieren – Beraten (2. Auflage). Download von www.dwd.de möglich.

Eichler, A. (2009): „April, April, der macht, was er will“? Wetterkapriolen als Beispiel der Variabilität statistischer Daten. In: *Praxis der Mathematik* 26; S. 10–13.

Eichler, A.; Vogel, M. (2009): Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Engel, J. (2007): Daten im Mathematikunterricht: Wozu? Welche? Woher? In: *Der Mathematikunterricht* 53(3), S. 12–22.

Gal, I. (2002): Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. In: *International Statistical Review* 70 (1), S. 1–25.

KMK (04.12.2003): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10).

Krüger, K.; Sill, D.; Sikora, C. (2015): Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I. Heidelberg: Springer.

Maier, T.; Friedli, R. (2014): Wettermathematik. Schülerarbeitsheft in: *mathematik lehren* 183.

Shaughnessy, J. M. (2007): Research on Statistics Learning and Reasoning. In: Frank K. Lester (Hrsg.): *Second handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, S. 957–1009.

Ullmann, P. (2015): Nichts Neues bei den Temperaturen? Statistical Literacy im Zeitalter der Computersimulationen. In: *Stochastik in der Schule* 35(1), S. 2–6.

Anschrift der Verfasser

Katja Krüger
Universität Paderborn
Institut für Mathematik
Warburger Straße 100
33098 Paderborn
kakruege@math.upb.de

Anna Schäfer
Universität Paderborn
Institut für Mathematik
Warburger Straße 100
33098 Paderborn
annascha@math.upb.de